

全品



教辅图书



功能学具



学生之家

基础教育行业专研品牌

30+年创始人专注教育行业

全品 高考复习方案

主编 庞志全

主编：肖德好

广东省

作业手册
数学

CONTENTS 目录

| | |
|---|-----|
| 第 1 讲 集合 | 387 |
| 第 2 讲 常用逻辑用语 | 388 |
| 第 3 讲 等式性质与不等式性质 | 389 |
| 第 4 讲 基本不等式 | 391 |
| 第 5 讲 一元二次方程、不等式 | 393 |
| 第 6 讲 函数的概念及其表示 | 395 |
| 第 7 讲 函数的单调性、值域与最值 | 397 |
| 第 8 讲 函数的奇偶性、周期性、对称性 | 399 |
| 微专题 1 抽象函数的性质及其应用 | 401 |
| 第 9 讲 二次函数与幂函数 | 402 |
| 第 10 讲 指数与指数函数 | 404 |
| 第 11 讲 对数与对数函数 | 406 |
| 微专题 2 指、对、幂的大小比较 | 408 |
| 第 12 讲 函数的图象 | 409 |
| 第 13 讲 函数的零点与方程的解 | 411 |
| 第 14 讲 函数模型及其应用 | 413 |
| 第 15 讲 导数的概念及其意义、导数的运算 | 416 |
| 第 16 讲 导数与函数的单调性 | 418 |
| 第 17 讲 导数与函数的极值、最值 | 420 |
| 微专题 3 构造函数问题模型 | 422 |
| 第 18 讲 导数的综合问题 | 423 |
| 第 1 课时 利用导数求解不等式恒(能)成立问题 | 423 |
| 第 2 课时 利用导数研究函数零点 | 425 |
| 第 19 讲 任意角和弧度制与三角函数的概念 | 427 |
| 第 20 讲 同角三角函数的基本关系与诱导公式 | 429 |
| 第 21 讲 两角和、差及倍角公式 | 431 |
| 第 22 讲 简单的三角恒等变换 | 433 |
| 第 23 讲 三角函数的图象与性质 | 435 |
| 第 24 讲 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 及三角函数的应用 | 437 |
| 微专题 4 三角函数中与 ω 范围有关的问题 | 440 |
| 第 25 讲 余弦定理、正弦定理 | 442 |
| 微专题 5 “爪形”三角形问题 | 444 |
| 第 26 讲 余弦定理、正弦定理应用举例 | 445 |
| 第 27 讲 平面向量的概念及其线性运算 | 448 |
| 第 28 讲 平面向量基本定理及坐标表示 | 450 |
| 第 29 讲 平面向量的数量积与平面向量应用举例 | 452 |
| 微专题 6 平面向量中的综合问题 | 454 |
| 第 30 讲 复数 | 455 |

| | |
|---|-----|
| 第 31 讲 数列的概念与简单表示法 | 456 |
| 微专题 7 由数列的递推关系求通项公式 a_n | 458 |
| 第 32 讲 等差数列 | 459 |
| 第 33 讲 等比数列 | 461 |
| 第 34 讲 数列求和 | 463 |
| 第 35 讲 数列的综合问题 | 465 |
| 微专题 8 重构数列问题 | 467 |
| 第 36 讲 空间几何体 | 469 |
| 第 1 课时 空间几何体 | 469 |
| 第 2 课时 与球有关的切接问题 | 472 |
| 第 37 讲 空间点、直线、平面之间的位置关系 | 474 |
| 第 38 讲 直线、平面平行的判定与性质 | 476 |
| 第 39 讲 直线、平面垂直的判定与性质 | 478 |
| 第 40 讲 空间向量及其运算和空间位置关系 | 480 |
| 第 41 讲 空间角 | 482 |
| 第 42 讲 空间距离及立体几何中的探索性问题 | 484 |
| 微专题 9 空间动态问题 | 486 |
| 微专题 10 空间几何中的创新问题 | 488 |
| 第 43 讲 直线的倾斜角与斜率、直线的方程 | 490 |
| 第 44 讲 两直线的位置关系 | 492 |
| 第 45 讲 圆的方程 | 494 |
| 第 46 讲 直线与圆、圆与圆的位置关系 | 496 |
| 第 47 讲 椭圆 | 498 |
| 第 48 讲 双曲线 | 500 |
| 第 49 讲 抛物线 | 502 |
| 第 50 讲 直线与圆锥曲线的位置关系 | 504 |
| 第 51 讲 圆锥曲线热点问题 | 506 |
| 第 1 课时 求值、最值与范围、证明问题 | 506 |
| 第 2 课时 定点、定值、定直线问题 | 508 |
| 微专题 11 圆锥曲线中的创新问题 | 510 |
| 第 52 讲 随机抽样 | 512 |
| 第 53 讲 统计图表、用样本估计总体 | 514 |
| 第 54 讲 成对数据的统计分析 | 516 |
| 第 55 讲 两个计数原理 | 520 |
| 第 56 讲 排列与组合 | 522 |
| 第 57 讲 二项式定理 | 524 |
| 第 58 讲 随机事件与概率、古典概型 | 526 |
| 第 59 讲 随机事件的相互独立性与条件概率、全概率公式 | 528 |
| 第 60 讲 离散型随机变量的分布列和数字特征 | 531 |
| 第 61 讲 二项分布与超几何分布、正态分布 | 533 |
| 微专题 12 概率的创新交汇问题 | 535 |
| 参考答案 | 538 |

第1讲 集合

(时间:35分钟)

班级

姓名

答题卡

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

第1讲

作业手册

夯实基础

1. 已知集合 $A = \{1, 2\}$, $B = \{x^2 - y^2 \mid x, y \in A\}$, 则下列判断错误的是 ()
- A. $1 \in B$ B. $0 \in B$
 C. $3 \in B$ D. $-3 \in B$
2. [2026·广东惠州调研] 已知集合 $A = \{x \mid x^2 < 4\}$, 集合 $B = \{0, 1, 2\}$, 则 $A \cap B =$ ()
- A. $\{0\}$ B. $\{1\}$
 C. $\{0, 1\}$ D. $\{0, 1, 2\}$
3. 已知集合 $A = \{x \mid -3 < x < 1\}$, $B = \{x \mid x^2 \leqslant 3\}$, 则 $A \cup B =$ ()
- A. $[-\sqrt{3}, 1)$ B. $[-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$
 C. $(-\infty, \sqrt{3}]$ D. $(-3, \sqrt{3}]$
4. [2026·江苏南通四模] 已知集合 $U = \{1, 2, 3, 4\}$, $M = \{1, 2\}$, $N = \{2, 3\}$, 则 $C_U(M \cup N) =$ ()
- A. $\{2\}$ B. $\{4\}$
 C. $\{1, 2, 3\}$ D. $\{1, 3, 4\}$
5. 已知集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{x \mid x^2 - x - 2 < 0\}$, 则 $A \cap B$ 的子集的个数为 ()
- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1
6. 已知集合 $A = \{a, a^2 - 2a, 1\}$, $B = \{2a + b, 1, 3\}$, 若 $A = B$, 则 $a - b =$ ()
- A. -2 B. 2
 C. -6 D. 6

7. 已知集合 $A = \{0, a, a^2\}$, $B = \{a - 1, 3a - 2\}$, $a \in \mathbf{R}$, 则 $A \cup B$ 中的元素个数至少为 ()

- A. 2 B. 3
 C. 4 D. 5

8. [2026·湖南长沙模拟] 若集合 $A = \{x \in \mathbf{R} \mid ax^2 - 2x + 1 = 0\}$ 中只有一个元素, 则 $a =$ _____.

9. 已知集合 $\{1, 2, m, 4\}$ 中数值最大的元素等于该集合的所有元素之和, 则实数 $m =$ _____.

综合提升

10. 已知集合 $A = \{x \mid -1 < x < 3\}$, $B = \{x \mid ax^2 - 5x + 4 < 0\}$, 若 $A \cap B = (1, 3)$, 则 $A \cup B =$ ()
- A. $(-1, +\infty)$ B. $(-\infty, 3)$
 C. $(-1, 4)$ D. $(-4, 3)$
11. (多选题)[2025·河南豫北六校模拟] 已知全集 $U = \{x \mid |x| < 4, x \in \mathbf{Z}\}$, 集合 $M = \{-1, 2, a^2\}$, $N = \{-1, 1, 2, a\}$, $P = \{-3, -1, 2, 3\}$, 若 $M \subseteq N$, 则 ()
- A. a 的取值有 3 个
 B. $M \cap P = \{-1, 2\}$
 C. $P \cup N = \{-3, -1, 0, 1, 2, 3\}$
 D. $(C_U M) \cap (C_U P)$ 所有子集的个数为 4

12. 已知集合 $A = \left\{ x \mid \frac{x}{x-2} = \frac{k-x}{x^2-2x} \right\}$ 恰有一个元素, 则 k 的取值集合为 _____.

第2讲 常用逻辑用语 (时间:35分钟)

夯实基础

1. “ a^2 是有理数”是“ a 是有理数”的 ()
- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
2. 命题 $p: \forall x \notin \{x | 1 \leq x \leq 5\}, x^2 - 4x > 5$, 则命题 p 的否定是 ()
- A. $\exists x \in \{x | 1 \leq x \leq 5\}, x^2 - 4x \leq 5$
B. $\exists x \notin \{x | 1 \leq x \leq 5\}, x^2 - 4x \leq 5$
C. $\forall x \notin \{x | 1 \leq x \leq 5\}, x^2 - 4x \leq 5$
D. $\forall x \in \{x | 1 \leq x \leq 5\}, x^2 - 4x \leq 5$
3. [2026·河北邯郸模拟] 已知 $p: |x| > 1, q: x < m$, 若 p 是 $\neg q$ 的必要不充分条件, 则实数 m 的取值范围是 ()
- A. $(-\infty, 1)$
B. $(-\infty, 1]$
C. $(1, +\infty)$
D. $[1, +\infty)$
4. [2026·吉林长春模拟] 已知定义域为 \mathbf{R} 的函数 $f(x)$ 不是偶函数, 则 ()
- A. $\forall x \in \mathbf{R}, f(-x) + f(x) \neq 0$
B. $\forall x \in \mathbf{R}, f(-x) - f(x) \neq 0$
C. $\exists x_0 \in \mathbf{R}, f(-x_0) + f(x_0) \neq 0$
D. $\exists x_0 \in \mathbf{R}, f(-x_0) - f(x_0) \neq 0$
5. [2025·浙江温州十校联合体期中] 已知命题 $p: \forall x \in \{x | x \text{ 是无理数}\}, x^3$ 是无理数; 命题 $q: \exists n \in \mathbf{Z}$, 使得 $n^2 + n$ 是奇数, 则 ()
- A. p 和 q 都是真命题
B. $\neg p$ 和 q 都是真命题
C. p 和 $\neg q$ 都是真命题
D. $\neg p$ 和 $\neg q$ 都是真命题

6. $p: x(x-2) < 0$ 是 $q: x^2(x-2) < 0$ 的 ()
- A. 既不充分也不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 充分不必要条件
7. [2026·广东揭阳期末] 已知命题 $p: \exists x \in \mathbf{R}, ax^2 + 2ax + 3 \geq 0$ 为真命题, 则实数 a 的取值范围是 ()
- A. \mathbf{R}
B. $\{a | a \geq 0\}$
C. $\{a | a < 0 \text{ 或 } a > 3\}$
D. $\{a | a > 3\}$
8. “ $\exists x \in [-1, 2], x^2 - m \geq 0$ ”成立的一个必要不充分条件是 ()
- A. $m \geq 0$
B. $m \leq 1$
C. $m \leq 4$
D. $m \leq 5$
9. (多选题)下列结论正确的是 ()
- A. 若 $\emptyset \subsetneq A \subsetneq B$, 则 $\exists x \notin A, x \in B$
B. 若 $\emptyset \subsetneq A \subseteq B$, 则 $\forall x \notin A, x \notin B$
C. “ $\forall x > 0, x^2 > x$ ”的否定是“ $\exists x > 0, x^2 \leq x$ ”
D. “ $\exists x \in \mathbf{N}^*, \frac{1}{x} \in \mathbf{N}^*$ ”是真命题

综合提升

10. [2026·四川绵阳模拟] 命题“ $\exists x_0 \in \mathbf{R}, 1 < f(x_0) \leq 2$ ”的否定形式是 ()
- A. $\forall x \in \mathbf{R}, 1 < f(x) \leq 2$
B. $\exists x_0 \notin \mathbf{R}, 1 < f(x_0) \leq 2$
C. $\forall x \in \mathbf{R}, f(x) \leq 1$ 或 $f(x) > 2$
D. $\exists x_0 \in \mathbf{R}, f(x_0) \leq 1$ 或 $f(x_0) > 2$
11. (多选题)使不等式 $2kx^2 + kx - \frac{3}{8} < 0$ 对一切实数 x 都成立的一个充分条件是 ()
- A. $k=0$
B. $k=1$
C. $k=-1$
D. $-3 < k < 0$
12. 设 $\alpha: m-1 \leq x \leq 2m, \beta: 2 \leq x \leq 4$, α 是 β 的必要不充分条件, 则实数 m 的取值范围为 _____.

第3讲 等式性质与不等式性质 (时间:45分钟)

夯实基础

1. “ $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ ”是“ $ac > bc$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

2. [2026·安徽合肥一中期末] 已知 $-3 \leq a+b \leq$

- $-2, 1 \leq a-b \leq 4$, 则 $3a+b$ 的取值范围是 ()
- A. $[-3, 0]$
 - B. $[-5, 3]$
 - C. $[-5, 0]$
 - D. $[-2, 5]$

3. “ $a < b$ ”是“ $a < |b|$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

4. 设 $a, b \in \mathbb{R}$, 已知 $-1 < b < a < 0$, 则下列不等式中不正确的是 ()

- A. $a^2 < b^2$
- B. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$
- C. $ab < b^2$
- D. $a+b > -1$

5. 已知 $a > b > c$, 则下列式子一定成立的是 ()

- A. $ac^2 > bc^2$
- B. $a^2 > b^2$
- C. $\frac{1}{a-c} < \frac{1}{b-c}$
- D. $a+c > b-c$

6. [2026·河北石家庄质检] 如果 $ab > 0$, 那么

- “ $a > b$ ”是“ $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

7. [2026·浙江教研联盟调研] 若 $a > b > 0, c > d$, 则下列结论正确的是 ()

- A. $|c| > |d|$
- B. $ac > bd$
- C. $ac^2 > bc^2$
- D. $\frac{a}{d^2+1} > \frac{b}{d^2+1}$

8. (多选题) [2026·辽宁辽阳期末] 下列命题为真命题的是 ()

- A. 若 $a < b < c < 0$, 则 $ac^2 < bc^2$
- B. 若 $a < b < 0$, 则 $a^2 < b^2$
- C. 若 $a > b > 0$, 则 $a^2 > ab > b^2$
- D. 若 $a > b > 0$, 则 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

9. 已知实数 $a > b > 0, m > 0$, 则 $\frac{b+m}{a+m} \quad \frac{b}{a}$

(用“ $>$ ”或“ $<$ ”填空).

1
2
3
4
56
7
8
9
11
12
13

10. [2026·广东深圳实验学校模拟] 现有两种不同的黄金购买策略:第一种是每次购买黄金定量 m 克($m>0$);第二种是每次购买黄金定额 n 万元($n>0$).在黄金价格有波动的情况下,选择其中一种策略购买黄金两次,以平均单价衡量,哪种购买方式更有利控制投资成本?

13. [2026·黑龙江哈尔滨四中模拟] 若 $x < y < 0$, 设 $M=(x^2+y^2)(x-y)$, $N=x^2y-xy^2$, 则 M, N 的大小关系是_____.

14. (1) 设 $p=m^2-m+2, q=\frac{1}{m^2+m+2}$, 比较 p

与 $4q$ 的大小;

- (2) 已知 $a > b > c$, 求证: $\frac{1}{a-b} + \frac{1}{b-c} +$

$$\frac{4}{c-a} \geqslant 0.$$

综合提升

11. 若 $c > b > a > 0$, 则 ()

A. $a^b b^c > a^c b^b$ B. $2\ln b < \ln a + \ln c$

C. $a - \frac{c}{a} > b - \frac{c}{b}$ D. $\log_a c > \log_b c$

12. (多选题)[2026·河北部分名校期末] 若 $a < b < 0 < c < d$, 则 ()

A. $bc > ad$ B. $a-d > b-c$

C. $\frac{a}{c} < \frac{b}{d}$ D. $d^a < c^b$

第4讲 基本不等式 (时间:45分钟)

夯实基础

1. 设 $a>0, b>0$, 则“ $a=b=1$ ”是“ $(a+\frac{1}{b})(b+\frac{1}{a})\geqslant 4$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

2. 已知 $x>0, y>0$, 且 $x+y=2$, 则 $\frac{1}{x}+\frac{2x}{y}+2$ 的最小值为 ()

- A. $\frac{9}{2}$ B. $\frac{2}{9}$
C. $\frac{5}{2}$ D. 5

3. [2026·浙江衢州期末] 已知实数 $x>0, x>y$, 则 $\frac{2y}{x-y}-\frac{y}{x}$ 的最小值为 ()

- A. $\sqrt{3}-2$ B. $2\sqrt{2}-3$
C. 0 D. $2-2\sqrt{2}$

4. [2026·江苏淮安期末] 已知 a, b 为正数, $\frac{1}{a}+\frac{2}{b}=1$, 则 $ab+a+b$ 的最小值为 ()

- A. $4\sqrt{3}$ B. 8
C. $7+4\sqrt{3}$ D. $8+4\sqrt{3}$

5. [2026·重庆八中期末] 已知正数 x, y 满足 $2x+y=2$, 则 $\frac{(2x+1)(y+1)}{xy}$ 的最小值为 ()

- A. 4 B. 6
C. 8 D. 10

6. (多选题) [2026·河北张家口模拟] 已知 $a, b \in \mathbf{R}$, 且 $ab=3$, 若 $a \in (0, 6]$, 则 ()

- A. $b \in (0, \frac{1}{2}]$
B. $a+b$ 的最小值为 $2\sqrt{3}$

- C. $\frac{2}{a}+\frac{1}{4b}$ 的最小值为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$
D. $a-2b$ 的取值范围为 $(-\infty, 5]$

7. 甲、乙两地相距 1000 千米, 汽车从甲地匀速行驶到乙地, 已知汽车每小时的运输成本(单位: 元)由可变部分和固定部分组成. 可变部分与汽车速度 x (千米/时)的平方成正比, 比例系数为 0.2, 固定部分为 720 元. 为使全程运输成本最小, 汽车的速度是 _____ 千米/时.

8. 已知 $m>2, n>1$, 且 $3m+3n=mn+7$, 则 $m+2n$ 的最小值为 _____.

9. 若正实数 x, y 满足 $(x-1)(y-4)=4$, 且 $x+\frac{y}{4}\geqslant a^2-3a$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围是 _____.

10. 某企业欲生产一款防暑降温套装, 其每月的成本(单位: 万元)由两部分构成:

①固定成本(与生产产品的数量无关): 20 万元;

②生产所需材料成本: $(10x+\frac{x^2}{20})$ 万元, 其中 x (单位: 万套)为每月生产产品的套数.

(1) 该企业每月产量 x 为何值时, 平均每万套的成本最低? 最低成本为多少?

1
2
3
4
56
7
8
9
11
12
13

(2)若每月生产 x 万套产品,每万套售价为:
 $(30 + \frac{x}{10})$ 万元,假设每套产品都能够售出,则该企业应如何制定计划,才能确保该套装每月的利润不低于 625 万元.

13. 若 $a > 0, b > 0$, 且 $3a + 2b = ab$, 则 $\frac{12}{2a+1} + \frac{1}{b-3}$ 的最小值是_____.

14. [2026 · 江苏宿迁期末] 为了节能减排,某企业决定安装一个可使用 15 年的太阳能供电设备,并接入本企业的电网. 安装这种供电设备的费用 y (单位:万元)与太阳能电池板的面积 x (单位:平方米)成正比,比例系数为 0.5. 为了保证正常用电,安装后采用太阳能和电能互补供电的模式. 设在此模式下,安装后该企业每年消耗的电费 C (单位:万元)与安装的这种太阳能电池板的面积 x (单位:平方米)之间

$$\text{的函数关系是 } C(x) = \begin{cases} \frac{k-x^2}{20}, & 0 \leq x \leq 10, \\ \frac{4k}{15x+75}, & x > 10 \end{cases} \quad (k \text{ 为常数}).$$

已知太阳能电池板面积为 4 平方米时,每年消耗的电费为 9.2 万元,记 $F(x)$ (单位:万元)为该企业安装这种太阳能供电设备的费用与该企业 15 年所消耗的电费之和.

- (1)求常数 k 的值;
(2)写出 $F(x)$ 的解析式;
(3)当 x 为多少平方米时, $F(x)$ 取得最小值? 最小值是多少万元?

综合提升

11. 已知 $k > \frac{1}{6}$, 若对任意正数 x, y , 不等式 $(3k - \frac{1}{2}) \cdot x + ky \geq \sqrt{2xy}$ 恒成立, 则实数 k 的最小值为 ()

A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. 2

12. (多选题)[2026 · 福建三明质检] 以下结论正确的是 ()

- A. 若 $a^2 + b^2 = 1$, 则 $a + b$ 的最大值为 $\sqrt{2}$
B. 若 $(a+1)(b+1)=4$, 则 $a+b \geq 2$
C. 若 $a > 0, b > 0$, 则 $a^2 + b^2 + \frac{1}{ab}$ 的最小值为 $2\sqrt{2}$

- D. 若 $\theta \in (0, \pi)$, 则 $\frac{1}{\sin^2 \theta} + \frac{1}{\cos^2 \theta + 1} \geq 2$

第5讲 一元二次方程、不等式 (时间:45分钟)

夯实基础

1. [2026·安徽江南十校联考] 已知集合 $A = \{x \mid -x^2 + x + 2 > 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} \mid |x - 1| \leq 1\}$, 则 $A \cap B =$ ()
- A. {1} B. {0, 1}
 C. {0, 1, 2} D. {-1, 0, 1, 2}

2. [2026·重庆沙坪坝模拟] 不等式 $\frac{x}{x^2 - 4} > 0$ 的解集是 ()
- A. $(-\infty, -2) \cup (0, +\infty)$
 B. $(2, +\infty)$
 C. $(-2, 0)$
 D. $(-2, 0) \cup (2, +\infty)$

3. 若关于 x 的不等式 $(mx - 1)(x - 2) > 0$ 的解集为非空集合 $\left\{x \mid \frac{1}{m} < x < 2\right\}$, 则实数 m 的取值范围是 ()
- A. $m > 0$ B. $0 < m < 2$
 C. $m > \frac{1}{2}$ D. $m < 0$

4. 若不等式 $ax^2 + 2ax - 4 < 2x^2 + 4x$ 对任意实数 x 均成立, 则实数 a 的取值范围是 ()
- A. $-2 < a < 2$ B. $a < -2$ 或 $a > 2$
 C. $-2 < a \leq 2$ D. $a \leq -2$

5. 若关于 x 的不等式 $x^2 + 2(m-1)x + m^2 - m < 0$ 的解集为 (x_1, x_2) , 且 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 2$, 则实数 m 的值为 ()
- A. -4 B. -1
 C. 1 D. 4
6. 当 $0 < a < 1$ 时, 关于 x 的不等式 $(x-3)[(1-a)x+(a-3)] < 0$ 的解集为 ()
- A. $(-\infty, \frac{a-3}{a-1}) \cup (3, +\infty)$
 B. $(-\infty, 3) \cup (\frac{a-3}{a}, 1)$
 C. $(3, \frac{a-3}{a-1})$
 D. $(\frac{a-3}{a-1}, 3)$

7. (多选题)“存在 $x \in [2, 4]$, $kx + 15 = 0$ ”的必要不充分条件可以是 ()
- A. $-8 \leq k \leq -1$
 B. $-7 \leq k \leq -5$
 C. $-9 \leq k \leq -2$
 D. $-6 \leq k \leq -4$

8. 不等式 $\frac{x^2 - 7}{x - 1} > 1$ 的解集为 _____.
- (答案写成区间形式)

综合提升

11. 对任意的 $x \in \mathbf{R}$, 不等式 $mx^2 - (2+mn)x + 2n \geq 0$ 恒成立, 则 $9m+n$ 的最小值为 ()
- A. 6 B. $6\sqrt{2}$
 C. $4\sqrt{6}$ D. $4\sqrt{2}$
12. (多选题) 已知关于 x 的方程 $mx^2 + (m-3)x + m = 0$, 则下列说法正确的是 ()
- A. 方程有一个正根和一个负根的充要条件是 $m \neq 0$
 B. 方程无实数根的一个必要条件是 $m > 1$ 或 $m < -3$
 C. 方程有两个正根的充要条件是 $0 < m \leq 1$
 D. 当 $m=3$ 时, 方程的两个实数根之和为 0

13. [2026 · 江苏南通期末] 已知命题“对任意的 $x \in [-1, 2]$, $x^2 + 2x + a < 0$ ”为假命题, 则实数 a 的取值范围为 _____.
14. 已知关于 x 的不等式 $ax^2 - (a+2)x + b \leq 0$.
- (1) 若不等式的解集为 $\{x | 1 \leq x \leq 2\}$, 求 a, b 的值;
- (2) 若 $b=2$, 求不等式的解集;
- (3) 在(1)的条件下, 若对任意的 $x > 1$, 不等式 $\frac{ax^2 - (a+2)x + b + 1}{ax - 1} \geq 2k^2 + k$ 恒成立, 求实数 k 的取值范围.

第6讲 函数的概念及其表示 (时间:45分钟)

夯实基础

1. [2026·湖南永州联考] 函数 $f(x)=\log_2(x^2-1)+\frac{1}{x+2}$ 的定义域是 ()
- A. $(-\infty, -2) \cup (-2, 1) \cup (1, +\infty)$
 B. $(-\infty, -2) \cup (-2, -1) \cup (1, +\infty)$
 C. $[-2, -1) \cup (1, +\infty)$
 D. $(-2, -1) \cup (1, +\infty)$
2. 已知函数 $f(x)=\begin{cases} 10^x, & x<10, \\ \lg x, & x\geqslant 10, \end{cases}$ 则 $f[f(100)]=$ ()
- A. 10^{10} B. 100 C. 2 D. 1
3. [2025·山东泰安模拟] 已知集合 $A=\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$, $B=\{x \mid y=\sqrt{x^2-x-6}\}$, 则 $A \cap B$ 的子集个数为 ()
- A. 3 B. 4 C. 8 D. 9
4. [2025·江苏连云港期中] 已知函数 $f(x+1)=x^2+x$, 且函数 $f(x+1)$ 的定义域为 $[-1, 1]$, 则 ()
- A. $f(x)=x^2+3x+1, x \in [-2, 0]$
 B. $f(x)=x^2+3x+1, x \in [0, 2]$
 C. $f(x)=x^2-x, x \in [-2, 0]$
 D. $f(x)=x^2-x, x \in [0, 2]$
5. 函数 $y=\begin{cases} \sqrt{x}, & x\geqslant 0, \\ x+\frac{4}{x}, & x<0 \end{cases}$ 的值域为 ()
- A. $[0, 4]$
 B. $[-4, 0]$
 C. $(-\infty, 0] \cup [4, +\infty)$
 D. $(-\infty, -4] \cup [0, +\infty)$

6. 已知函数 $f(x)=\begin{cases} -2x^2+4x, & x\leqslant 2, \\ \frac{x-2}{x+1}, & x>2, \end{cases}$ 若存在三个不相等的实数 x_1, x_2, x_3 使得 $f(x_1)=f(x_2)=f(x_3)$, 则 $f(x_1+x_2+x_3)$ 的取值范围是 ()
- A. $(\frac{2}{5}, 1)$ B. $(\frac{2}{5}, +\infty)$
 C. $(\frac{2}{5}, 2)$ D. $(2, +\infty)$
7. 已知定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x)-f(x-y)=-f(y)$, 则 $f(2)=$ ()
- A. 0 B. 1 C. 2 D. -2
8. (多选题) 已知 $f(x)=\begin{cases} (\frac{1}{2})^x-1, & x\leqslant 0, \\ \log_2 x, & x>0, \end{cases}$ 若 $f(m)=3$, 则 m 的值可以是 ()
- A. -2 B. -1 C. 4 D. 8
9. (多选题) [2026·广东东莞联考] 下列说法正确的是 ()
- A. $y=\sqrt{1+x} \cdot \sqrt{1-x}$ 与 $y=\sqrt{1-x^2}$ 表示同一个函数
 B. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $[-3, 1]$, 则函数 $f(2x-1)$ 的定义域为 $[-1, 1]$
 C. 函数 $y=x+\sqrt{x-1}$ 的值域为 $[0, +\infty)$
 D. 已知函数 $f(x)$ 满足 $f(x)+2f(\frac{1}{x})=x$, 则 $f(x)=-\frac{x}{3}+\frac{2}{3x} (x \neq 0)$

10. (1)已知 $f(x)=3x+2$,求 $f(2x+5)$ 的解析式;
- (2)已知 $f(\sqrt{x}+1)=x+2\sqrt{x}$,求 $f(x)$;
- (3)已知 $f(x)$ 为二次函数,且 $f(x+1)+f(x-1)=2x^2-4x$,求 $f(x)$;
- (4)已知 $2f(x)+f\left(\frac{1}{x}\right)=x$ ($x \in \mathbf{R}$ 且 $x \neq 0$),求 $f(x)$.

13. 设定义在 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ 上的函数 $f(x)$

满足 $2f(x)+f\left(\frac{1}{x}\right)=6x+\frac{9}{x}$,则 $f(x)f\left(\frac{1}{x}\right)$ 的最小值是_____.

14. (1)已知对任意正实数 x, y ,总有 $f(xy)=f(x)+f(y)$.求证: $f(x^2)=2f(x)$, $f\left(\frac{1}{x}\right)=-f(x)$.

(2)已知定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 满足当 $x \leq 1$ 时, $f(x)-3f(2-x)=1-4\ln(2-x)$,当 $x > 1$ 时, $f(x)=\ln x+2^x$,求 $f(x)$ 的解析式.

综合提升

11. 已知函数 $f(x)=\begin{cases} 2^x+2, & x>1, \\ 4x+3, & x\leq 1, \end{cases}$ 若 $f(a)=5-a$,则实数 a 的值为

()

A. $\frac{2}{5}$ 或 2 B. $\frac{2}{5}$ 或 1

C. 1 D. $\frac{2}{5}$

12. 如果 $F(x, y)$ 是函数 $f(x)=\sin x$ 图象上的

一点,那么 $G\left(x-\frac{\pi}{6}, y\right)$ 就是函数 $g(x)$ 图象

上的点,则 $g\left(\frac{\pi}{6}\right)=$ ()

A. $-\frac{1}{2}$ B. 0 C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

第7讲 函数的单调性、值域与最值 (时间:45分钟)

夯实基础

1. 已知 $x \in \mathbf{R}$, 则 $|x-2|+|x+1|$ 的最小值为 ()
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
2. [2026 · 江西南昌联考] 函数 $f(x) = \sqrt{\log_2(x^2 - 2x)}$ 的单调递增区间为 ()
- A. $[1, +\infty)$ B. $[1 + \sqrt{2}, +\infty)$
- C. $(2, +\infty)$ D. $(1 + \sqrt{3}, +\infty)$
3. 函数 $y = \frac{8}{x^2 - 4x + 5}$ 的最值情况为 ()
- A. 最小值为 0, 最大值为 8
B. 不存在最小值, 最大值为 8
C. 最小值为 0, 不存在最大值
D. 不存在最小值, 也不存在最大值
4. [2026 · 江苏无锡模拟] 若偶函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0]$ 上单调递增, 且 $a = f(2^{\frac{2}{3}})$, $b = f(3^{\frac{2}{5}})$, $c = f(2^{\frac{1}{3}})$, 则下列不等式成立的是 ()
- A. $a < b < c$
B. $b < a < c$
C. $c < a < b$
D. $c < b < a$

5. 已知函数 $f(x) = \frac{2x + (a-2)}{x-1}$ ($a > 0$) 在区间 $[2, 6]$ 上的最大值为 5, 则 $a =$ ()
- A. 2 B. 3 C. 15 D. 3 或 15
6. 函数 $f(x) = x^{a-2}$ 与 $g(x) = \left(\frac{4}{a}\right)^{-x}$ 在 $(0, +\infty)$ 上均单调递减的一个充分不必要条件是 ()
- A. $a \in (0, 2)$ B. $a \in [0, 1)$
- C. $a \in (1, 2]$ D. $a \in [1, 2)$
7. [2026 · 陕西西安质检] 若函数 $f(x) = 2^{x^2 + ax - 3}$ 在 $(1, +\infty)$ 上单调, 则 a 的取值范围是 ()
- A. $[-2, +\infty)$ B. $[-1, +\infty)$
- C. $(-\infty, -2]$ D. $(-\infty, -1]$
8. 已知函数 $f(x) = \sqrt{3-x} + \sqrt{x+3}$ 的最大值为 M , 最小值为 m , 则 $\frac{M}{m} =$ ()
- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$
C. 2 D. 3
9. [2025 · 福建莆田期中] 对任意 $x \in \mathbf{R}$, 用 $M(x)$ 表示 $f(x), g(x)$ 的较小者, 记为 $M(x) = \min\{f(x), g(x)\}$. 若 $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2 - 2x - 3$, 则 $M(x)$ 的单调递减区间为 _____.

1
2
3
4
56
7
8
9
11
12
13

10. 已知函数 $f(x)=2\left(1-\frac{2}{2^x+1}\right)$.

(1) 判断 $f(x)$ 的单调性, 并证明;

(2) 若对任意 $x \in \left[\frac{1}{2}, 2\right]$, $\lambda f(x) \geqslant 2^{x+1} - 4$

恒成立, 求实数 λ 的取值范围.

13. 已知函数 $f(x)=|\ln x-2|+|x-1|$, 则

$f(x)$ 的最小值为_____.

14. 已知函数 $f(x)$ 对任意的 $a, b \in \mathbf{R}$, 都有 $f(a+b)=f(a)+f(b)-1$, 且当 $x > 0$ 时, $f(x) > 1$.

(1) 求证: $f(x)$ 是 \mathbf{R} 上的增函数;

(2) 若 $f\left(\frac{x}{y}\right)=f(x)-f(y)$, $f(2)=1$, 解不等式 $f(x)-f\left(\frac{1}{x-3}\right) \leqslant 2$.

综合提升

11. [2026 · 江苏南京期末] 已知函数 $f(x)=$

$$\begin{cases} a(x-a)^2+1, & x < a, \\ |x-2a|-1, & x \geqslant a \end{cases}$$

的值域为 \mathbf{R} , 则实数

a 的取值范围是 ()

- A. $(-\infty, -2)$ B. $[-2, 0)$
 C. $(2, +\infty)$ D. $[-2, 2]$

12. 已知 $f(x)=\begin{cases} (3-a)x+1, & x < 1, \\ \log_a x, & x \geqslant 1 \end{cases}$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$)

1) 的最小值是 $f(1)$, 则 a 的最大值为 ()

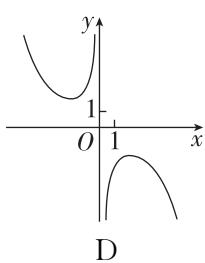
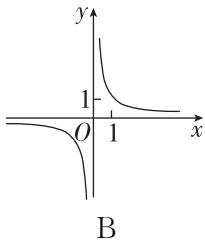
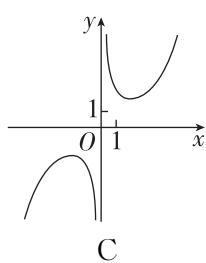
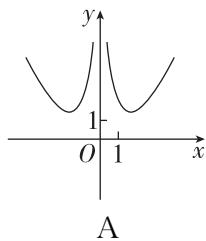
- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{3}{2}$ C. 3 D. 4

第8讲 函数的奇偶性、周期性、对称性 (时间:45分钟)

夯实基础

1. [2025·山西运城期末] 函数 $f(x)=\frac{2^{-x}+2^x}{-x}$

的图象大致为 ()



2. 已知函数 $f(x)=\left(m-\frac{5}{5^x+1}\right)\cos x$ 为奇函数,

则 $m=$ ()

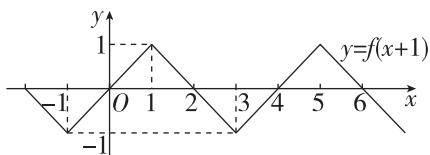
- A. 5 B. 4 C. $\frac{5}{2}$ D. 1

3. [2026·黑龙江绥化模拟] 已知函数 $f(x+1)$

是定义在 \mathbf{R} 上的偶函数,且 $f(x)$ 在区间 $[1, +\infty)$ 上单调递增,则 $f(-1), f(1), f(2)$ 的大小关系是 ()

- A. $f(-1) < f(1) < f(2)$
 B. $f(1) < f(2) < f(-1)$
 C. $f(1) < f(-1) < f(2)$
 D. $f(2) < f(1) < f(-1)$

4. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} , $f(x+1)$ 是一个周期为 4 的周期函数且其图象如图所示,则 ()



- A. $f(0)=0$ B. $f(2)=-1$

- C. $f(99)=0$ D. $f(100)=1$

5. [2026·安徽合肥模拟] 已知定义在 \mathbf{R} 上的奇函数 $f(x)$, 满足当 $x>0$ 时, $f(2x)=2f(x)-1$, 且 $f(2)+f(4)=5$, 则 $f(-1)=$ ()

- A. $-\frac{3}{2}$ B. $\frac{3}{2}$

- C. -3 D. 3

6. [2026·江苏南通模拟] 若定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(2x-1)$ 为偶函数, $f(x+1)$ 为奇函数, 当 $x \in [-1, 1]$ 时, $f(x)=|x|$, 则

- $f\left(\frac{21}{2}\right)=$ ()

- A. $-\frac{1}{2}$ B. 0

- C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{5}{2}$

7. 若函数 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数, 且满足

- $f(x+\pi)=f(x)$, 当 $x \in (0, \frac{\pi}{2})$ 时, $f(x)=3\cos x$, 则 $f\left(-\frac{13\pi}{3}\right)+f\left(\frac{9\pi}{4}\right)+f(2\pi)=$ ()

- A. $\frac{3\sqrt{2}+1}{2}$ B. 1

- C. $\frac{3\sqrt{2}-3}{2}$ D. 0

8. (多选题)[2026·湖南名校联合体模拟] 若函

数 $f(x), g(x), h(x)$ 的定义域都为 \mathbf{R} , 且 $f(x)$ 为奇函数, $g(x)$ 为偶函数, 则 ()

- A. $f(x^2)$ 是偶函数

- B. $|f(x)|$ 是偶函数

- C. $g[f(x)]$ 是奇函数

- D. $f(x)h(|x|)$ 是奇函数

9. [2025·浙江宁波期末] 已知函数 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数, 当 $x > 0$ 时, $f(x) = \lg x$, 则 $f(5) - f(-2) = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. 已知 $y = f(x)$ 的图象关于点 $P(a, b)$ 对称的充要条件是函数 $y = f(x+a)-b$ 为奇函数.

$$\text{若 } f(x) = \frac{1}{2^x + 4} (x \in \mathbf{R}).$$

(1) 求 $f(x)$ 图象的对称中心;

(2) 求不等式 $f(x) + f(x-2) < \frac{1}{4}$ 的解集.

12. (多选题)[2026·广东深圳模拟] 已知定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x+2) + f(x) = 0$, 且 $f(2-x)$ 为偶函数, 则下列结论正确的是 ()

- A. 函数 $f(x)$ 的一个周期为 2
- B. 函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=2$ 对称
- C. 函数 $f(x)$ 的图象关于点 $(1,0)$ 对称
- D. 函数 $f(x)$ 为奇函数

13. 已知 $f(x+1)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数, 且 $f(x+4) = f(2-x)$, 当 $x \in (1, 3]$ 时, $f(x) = e^x - \log_2 x$, 则 $f(2025) + f(2026) = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. [2026·重庆江北区模拟] 已知函数 $f(x) = ae^x + be^{-x}$.

(1) 若函数 $f(x)$ 为奇函数, 求 $a^2 - 2b$ 的最小值;

(2) 若函数 $f(x)$ 为偶函数, 且 $e^{2x} + e^{-2x} + f(x) \geq 0$ 对任意 $x \in \mathbf{R}$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

综合提升

11. [2026·重庆南开中学质检] 已知定义域为 \mathbf{R} 的函数 $f(x)$ 的图象连续不断, 且函数 $f(x)$ 满足: ① $f(x+6)$ 为偶函数; ② 对任意的 $x \in \mathbf{R}$, $f(2+x) + f(4-x) = 0$; ③ 对任意的 $x_1, x_2 \in (0, 3)$, $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0$. 则 $f(2)$, $f(5)$,

$f(121)$ 的大小关系为 ()

- A. $f(2) < f(5) < f(121)$
- B. $f(2) < f(121) < f(5)$
- C. $f(121) < f(2) < f(5)$
- D. $f(5) < f(2) < f(121)$